

Formelsammlung Mathematik für Berufsmaturität Typ Wirtschaft

1. Binomische Formeln

$$\begin{aligned} 1) \quad (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ 2) \quad (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ 3) \quad (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

2. Jahreszins und Marchzins

z: Zins (CHF); k: Kapital; p: Zinssatz (%); t: Laufzeit in Monaten oder Tagen
 Jahreszins: $Z = \frac{k \cdot p}{100}$ Marchzins: $Z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 12}$ oder $Z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

3. Lineare Funktionen

Normalform: $y = mx + b$; Steigung: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Kostenfunktion: $y = mx + b$; *m: Kosten pro Stück; b: Fixkosten*
Erlösfunktion: $y = mx$; *m: Erlös pro Stück*
Gewinnfunktion: $y = mx - b$; *m: Gewinn pro Stück; b: Fixkosten*

4. Quadratische Gleichungen

Allgemeine Form: $ax^2 + bx + c = 0$
„abc-Formel“: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5. Quadratische Funktion

Normalform: $y = ax^2 + bx + c \rightarrow S_y(0/c)$
Nullstellen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow N_1(x_1/0); N_2(x_2/0)$

Scheitelpunkt $SP(x_{SP}/y_{SP})$ berechnen:

$$\begin{aligned} \text{a) mit „abc-Formel“:} \quad & SP\left(-\frac{b}{2a} / c - \frac{b^2}{4a}\right) \\ \text{b) mit Nullstellen:} \quad & SP\left(\frac{x_1 + x_2}{2} / f(x)\right) \end{aligned}$$

Scheitelpunktform: $y = a(x - x_{SP})^2 + y_{SP} \leftrightarrow SP(x_{SP}/y_{SP})$

6. Potenz- und Wurzelgesetze

a: Basis; b: Exponent; c: Potenzwert

allgemein: $a^b = c$ **Spezialfälle:** $a^0 = 1$ $a^1 = a$

Gesetze bei gleicher Basis:

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n} & \sqrt[n]{a} &= a^{\frac{1}{n}} & a^{-m} &= \frac{1}{a^m} \\ a^m : a^n &= a^{m-n} & \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} \\ (a^m)^n &= a^{m \cdot n} & \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} &= \sqrt[m \cdot n]{a} \end{aligned}$$

Gesetze bei gleichem Exponent:

$$\begin{aligned} a^n \cdot b^n &= (a \cdot b)^n & \sqrt[n]{a \cdot b} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \\ \frac{a^n}{b^n} &= \left(\frac{a}{b}\right)^n & \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \end{aligned}$$

7. Logarithmen

Verknüpfung mit Potenzen: $\log_a c = b \leftrightarrow a^b = c$

Transformationsformel: $\log_a c = \frac{\lg c}{\lg a} = \frac{\log_{10} c}{\log_{10} a}$

Gesetze bei gleicher Basis:

$$\begin{aligned} \log_a(u \cdot v) &= \log_a u + \log_a v \\ \log_a\left(\frac{u}{v}\right) &= \log_a u - \log_a v \\ \log_a(u^v) &= v \cdot \log_a u \\ \log_a \sqrt[v]{u} &= \log_a u^{\frac{1}{v}} = \frac{1}{v} \cdot \log_a u \end{aligned}$$

8. Finanzmathematik

p : Zinssatz in %; k_0 : Anfangskapital; n : Laufzeit; q : Zinsfaktor; k_n : Endkapital

a) jährliche Verzinsung

$$\text{Zinsfaktor} \quad q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$\text{Endwert} \quad k_n = k_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = k_0 \cdot q^n$$

$$\text{Barwert} \quad k_0 = \frac{k_n}{q^n}$$

b) degressive Abschreibung (b : Buchwert)

$$\text{Zinsfaktor} \quad q_a = 1 - \frac{p}{100}$$

$$\text{Endwert} \quad b_n = b_0 \cdot q_a^n$$

$$\text{Barwert} \quad b_0 = \frac{b_n}{q_a^n}$$

9. a) Rentenrechnung

R_n : Endwert Rente; R_0 : Barwert Rente; r : Rente; q : Zinsfaktor; n : Laufzeit

nachschüssige Rente

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$R_0 = r \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot (q - 1)}$$

$$r = R_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q - 1)}{q^n - 1}$$

$$r = R_n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{R_n \cdot (q - 1)}{r} + 1\right)}{\lg q}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{r}{r - R_0 \cdot (q - 1)}\right)}{\lg q}$$

vorschüssige Rente

$$R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$R_0 = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot (q - 1)}$$

$$r = R_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q - 1)}{q \cdot (q^n - 1)}$$

$$r = R_n \cdot \frac{q - 1}{q \cdot (q^n - 1)}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{R_n \cdot (q - 1)}{r \cdot q} + 1\right)}{\lg q}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{r \cdot q}{r \cdot q - R_0 \cdot (q - 1)}\right)}{\lg q}$$

b) Tilgungsrechnung

1) jährlicher Zinstermin $\left(q = 1 + \frac{p}{100}\right)$

$$r = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q - 1)}{q^n - 1}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{r}{r - K_0 \cdot (q - 1)}\right)}{\lg q}$$

$$r = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q - 1)}{q \cdot (q^n - 1)}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{r \cdot q}{r \cdot q - K_0 \cdot (q - 1)}\right)}{\lg q}$$

2) unterjährlicher Zinstermin $\left(q_u = 1 + \frac{p}{m \cdot 100}\right)$

m : Anzahl Raten pro Jahr

$$r = K_0 \cdot \frac{q_u^{m \cdot n} \cdot (q_u - 1)}{q_u^{m \cdot n} - 1}$$

$$r = K_0 \cdot \frac{q_u^{m \cdot n} \cdot (q_u - 1)}{q_u \cdot (q_u^{m \cdot n} - 1)}$$

10. Datenanalyse

n : Anzahl Stichprobewerte; \bar{x} : Mittelwert; σ^2 : Varianz; σ : Standardabweichung;
 s^2 : Varianz der Stichprobe; s : Standardabweichung der Stichprobe

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Boxplot

Q_1 ; Q_3 : 1. und 3. Quartil; Q_2 : Median; IQR : Interquartilsrange

$$Q_1 = \text{round}\left(\frac{n+1}{4}\right); \quad Q_3 = \text{round}\left(\frac{3(n+1)}{4}\right); \quad Q_2 = \frac{(n+1)}{2}; \quad IQR = Q_3 - Q_1$$

Ausreisser nach unten: $Werte < (Q_1 - 1.5 \cdot IQR)$

Ausreisser nach oben: $Werte > (Q_3 + 1.5 \cdot IQR)$